

**Proposte di Antenne generatrici di Fasci
Non-diffrattivi per Micro-onde**
*(Proposal of apertures generating Nondiffracting Beams
of Microwaves)*

Michel Zamboni Rached,

DMO/FEEC, Universidade Estadual de Campinas, SP, Brazil.

Erasmus Recami

INFN—Sezione di Milano, Milan, Italy; and

Facoltà di Ingegneria, Università statale di Bergamo, Bergamo, Italy.

and

Massimo Balma

Selergalileo, Caselle (TO), Italy.

Abstract – We propose in detail Antennas for generating Nondiffracting Beams of Microwaves, for instance with frequencies of the order of few GHz, obtaining fair results even when having recourse to realistic apertures, with a quite reasonable diameter. The present proposal refers to sets of suitable annular slits. The possible applications are various, including remote sensing. The paper is in Italian. [Si propongono in dettaglio Antenne per la generazione di fasci non-diffrattivi di microonde, per frequenze ad esempio dell'ordine della decina di GHz, ottenendo discreti risultati pur ricorrendo ad antenne realistiche di diametro ridotto. La proposta è quella di usare un set di opportuni Annular Slits. Le applicazioni possibili sono varie, includendo il remote sensing.]

1. – Introduzione

Per frequenze dell'ordine della decina di GHz si presenta il problema di usare antenne di raggio non troppo elevato.

La frequenza ad esempio di 15 GHz corrisponde a una λ di 2 cm, e quindi anche un'antenna di diametro di 1.2 metri avrebbe un raggio solo 30 volte superiore alla lunghezza d'onda. Ciò rende abbastanza difficile l'ottenere fasci non-diffrattivi altamente efficienti, vale a dire, con spots dell'ordine della lunghezza d'onda λ , e con grande profondità di campo. Onde ottenere tali fasci, sarebbero necessarie aperture di difficile realizzazione pratica, con raggio *molto* maggiore di quello dello spot. Ci si propone di investire la possibilità, ciononostante, di ottenere risultati buoni o comunque accettabili, anche per il presente regime di frequenze, e limitandosi ad aperture di diametro di circa 1 metro soltanto.

La nostra analisi si basa sull'approssimazione scalare. Un fascio di Bessel (Bessel beam = Bb) con simmetria assiale può essere scritto:

$$\psi(\rho, z, t) = J_0(k_\rho \rho) \exp i(k_z z - \omega t) \quad (1)$$

In tale forma, il Bb è un fascio “ideale”, che si propaga con una struttura trasversale di campo inalterata, e con uno spot dato da $\Delta\rho = 2.4/k_\rho$ in qualsiasi sua posizione: diremo pertanto che il fascio ideale possiede una profondità di campo infinita. Purtroppo il Bb ideale bisognerebbe di una apertura infinita, e quindi comporterebbe un flusso di potenza infinito attraverso una superficie trasversale quale la $z = 0$. E' necessario dunque “troncarlo”.

Il detto Bb, quando viene troncato mediante una apertura finita di raggio R (tale

che $R \gg \Delta\rho$), passa a possedere una profondità di campo Z finita, data da

$$Z = R / \tan(\theta) \quad (2)$$

dove θ è l'angolo di axicon del Bb, il quale angolo dipende dai numeri d'onda longitudinale e trasversale attraverso le relazioni $k_z = \omega/c \cos(\theta)$ e $k_\rho = \omega/c \sin(\theta)$.

Nella regione $0 < z < Z$ e $0 < \rho < (Z - z) \tan(\theta)$, possiamo dire che il Bb troncato può essere ben approssimato dalla soluzione ideale (1). Questo può essere dimostrato usando semplici argomenti di ottica geometrica. Però, quando l'apertura di troncamento possiede un raggio R che non obbedisce alla relazione $R \gg \Delta\rho$, non si può più dire con certezza che il campo rimanga non-diffrattivo nella detta regione, e ancor meno che in quella regione esso possa essere approssimato dalla espressione del Bb ideale. In tali circostanze diventa necessario ricorrere a simulazioni numeriche, basate sugli integrali di diffrazione, per ottenere il campo emanato dall'apertura finita.

E questo è proprio il nostro caso.

Per accelerare il lavoro, useremo però un nostro recente metodo teorico, in corso di pubblicazione, capace di fornire espressioni *analitiche* anche per il caso di un campo troncato. Tale metodo è abbastanza potente da averci permesso di ottenere con pochi secondi quanto richiede interi giorni di calcolo con le usuali simulazioni numeriche degli integrali di diffrazione. Esso è stato da noi applicato per il caso, appunto, di antenne composte da aperture anulari.

Qui di seguito esponiamo in dettaglio la nostra proposta.

2. – Bessel beams con aperture finite

Prima di suggerire il primo Prototipo, trattiamo delle caratteristiche di un Bb troncato da una apertura finita, ricorrendo al nostro nuovo metodo analitico.

Consideriamo un Bb con angolo di axicon $\theta = 0.062$ rad, frequenza 15 GHz (e pertanto uno spot $\Delta\rho = 12$ cm), troncato da una apertura circolare finita di raggio $R = 10$ m. Ci si aspetta in questo caso che il campo emanato sia approssimativamente dato dalla (1) nella regione $0 < z < Z$ e $0 < \rho < (Z - z) \tan(\theta)$, con $Z = 161.1$ m.

Si noti che per il Bb stiamo chiamando raggio dello spot la distanza, a partire da $\rho = 0$ (nella direzione trasversale), alla quale si trova il primo zero della intensità del campo. Si potrebbe adottare come raggio dello spot la distanza dall'origine del punto ove la sua intensità cade di un fattore $1/e$: in questo secondo caso lo spot iniziale del Bb suddetto avrebbe un raggio $\Delta\rho(z = 0) = 7$ cm.

Nelle figure che seguono rappresentiamo: il campo all'apertura (Fig1a) con la sua intensità (Fig1b); nonché l'intensità 3D del campo emanato (Fig1c) e la proiezione del suo andamento (Fig1d).

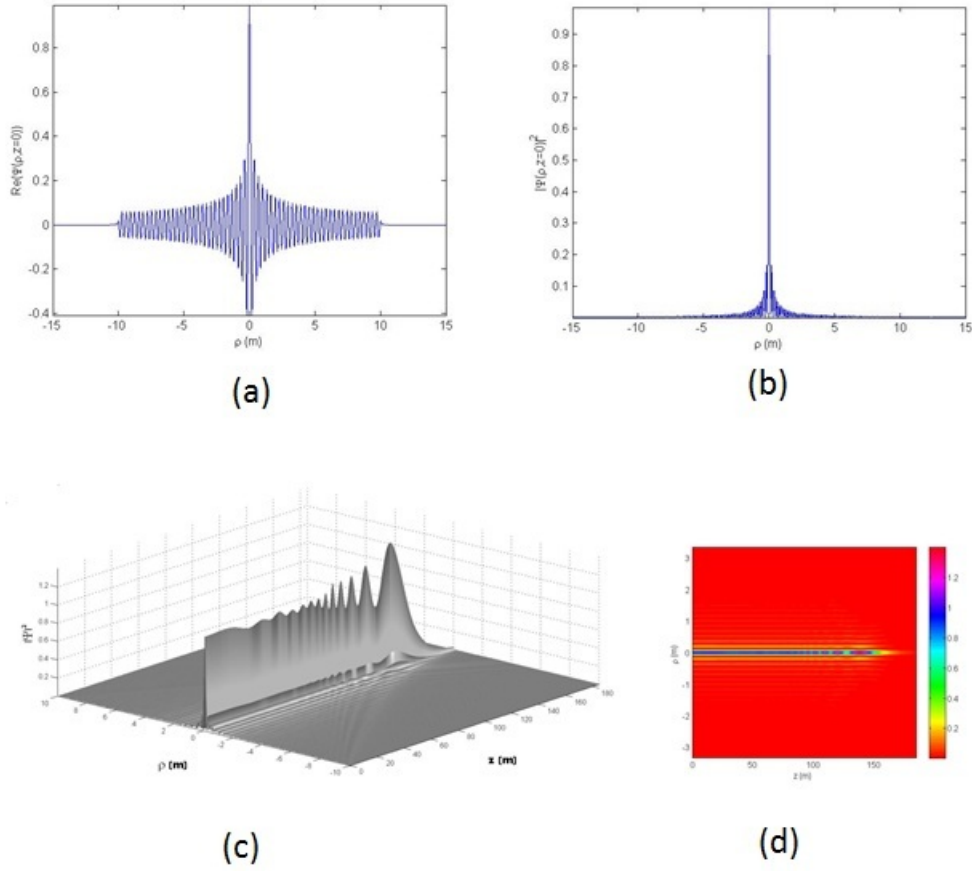


Figure 1: Vedere il testo.

Vediamo ora che succede quando il beam è troncato da una apertura molto più piccola, di raggio ad esempio $R = 61$ cm. Se usassimo l'espressione $R/\tan(\theta)$ per la profondità di campo, troveremmo il valore $Z = 9.8$ m, ma dalle figure (Figs2a-2d) si vede che il campo comincia a soffrire un intenso decadimento (tipico dei fasci non-diffrattivi troncati) ad una distanza minore (più o meno a $z = 6$ m). E' possibile anche notare che gli anelli di intensità laterale (e ce ne sono solo tre in questo caso) cominciano a degradarsi ancor prima di questa distanza: ciò succede proprio perché i pochi anelli di intensità non sono capaci di ricostruire lo spot centrale alla (grande) distanza Z .

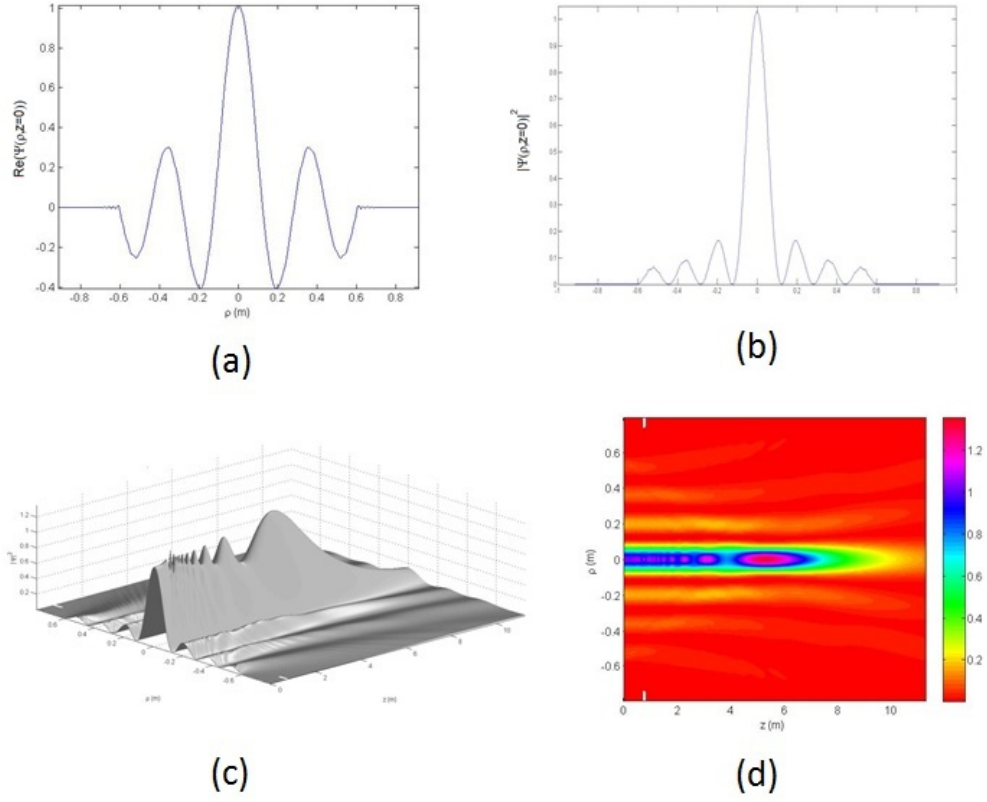


Figure 2: Figure mostranti il comportamento di un Bessel beam troncato da una apertura finita piccola per le esigenze di un fascio non-diffrattivo. Con questa apertura, solo 3 anelli di intensità sopravvivono al troncamento.

Ciononostante, notiamo che succede qualcosa di interessante. Benché il fascio inizi il suo decadimento prima di $Z = R/\tan(\theta) = 9.8$ m, e più precisamente a partire da $z = 6$ m, la larghezza del suo spot *si mantiene* per distanze maggiori.

La figura che segue mostra l'andamento trasversale di intensità in $z = 0$ e dopo 10 m di propagazione, ossia in $z = 10$ m. Vediamo che l'intensità dello spot decade di $1/4$ del suo valore iniziale, ma il suo raggio *si altera poco*, da $\Delta\rho(z = 0) = 12$ cm a $\Delta\rho(z = 10 \text{ m}) = 15$ cm circa.

E' importante ricordare che un **fascio gaussiano** con uno spot iniziale di raggio $\Delta\rho(z = 0) = 12$ cm raddoppierebbe la sua larghezza dopo 3.9 m, e in $z = 10$ m il suo spot

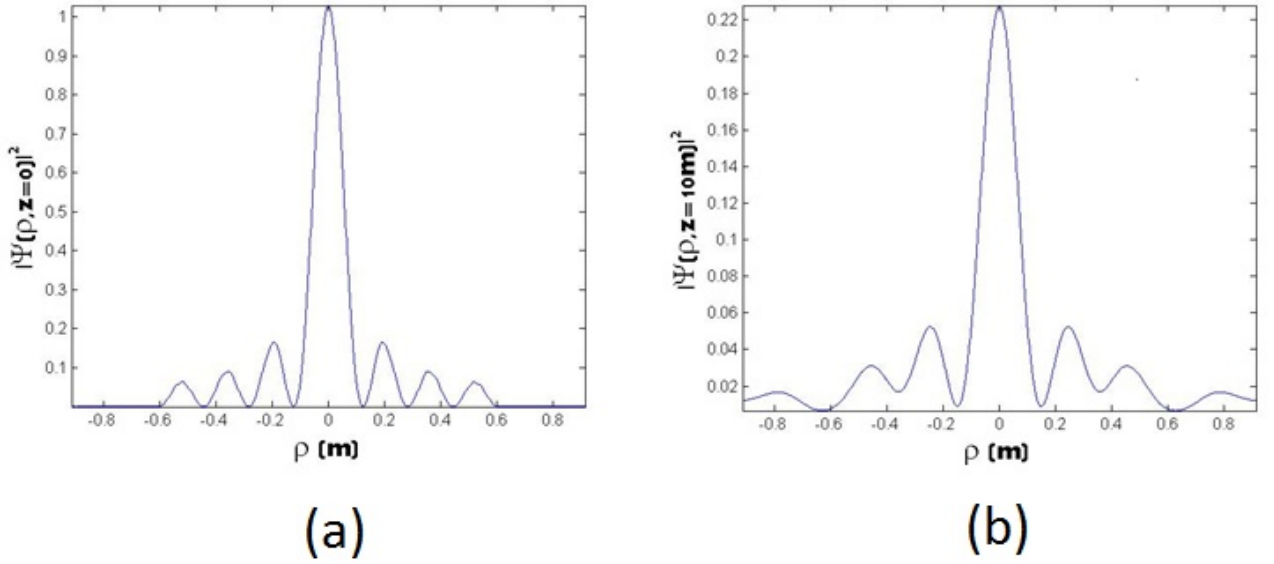


Figure 3: Confronto del comportamento trasversale di un Bb, troncato da una apertura di raggio $R = 61$ cm, rispettivamente: (a) nel piano dell'apertura, ovvero per $z = 0$; e (b) dopo 10 m di propagazione, ovvero in $z = 10$ m.

avrebbe intensità centrale quasi sei volte minore di quella iniziale, e, soprattutto, avrebbe un raggio di $\Delta\rho(z = 10 \text{ m}) = 30$ cm, quasi il triplo di quello iniziale. Il set di figure che seguono mostra quanto si è detto:

Possiamo pertanto concludere che: benché il **Bessel** beam di cui sopra sia fortemente troncato, tanto da rimanere solo con tre dei suoi anelli di intensità, esso è ancora capace di mantenere la forma spaziale del suo spot (anche se non la sua intensità) per distanze *superiori* a quelle ottenute usando un fascio gaussiano.

Passiamo ora al nostro prototipo.

3. – Antenne composte da aperture anulari

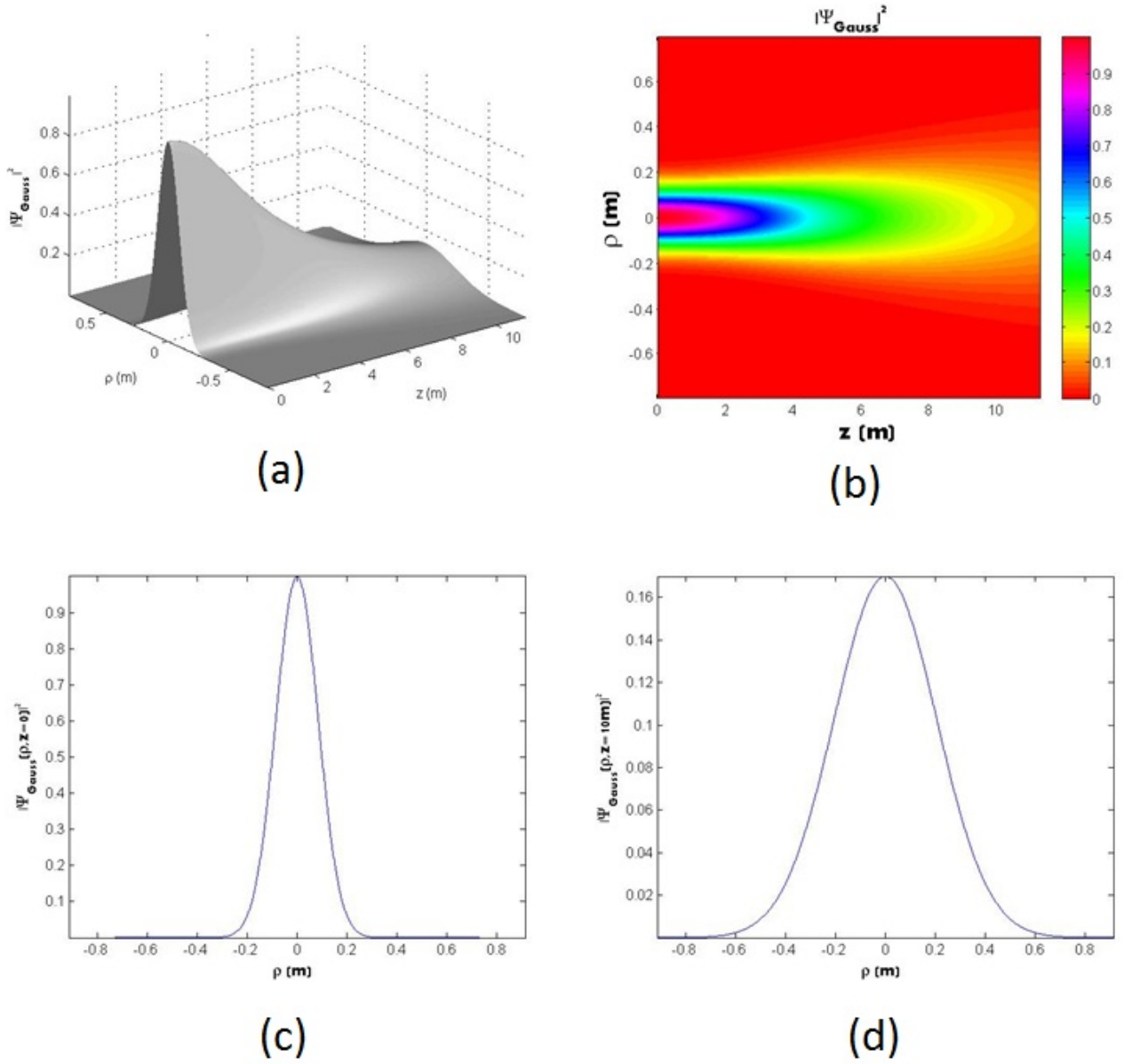


Figure 4: Figure mostranti l'evoluzione di un fascio **gaussiano** con spot iniziale di raggio $\Delta\rho = 12$ cm

La nostra attuale proposta è semplice. Consideriamo una apertura circolare circondata da un set di aperture anulari concentriche, e con tale array *tenteremo di riprodurre in*

forma approssimata un Bb con angolo di axicon $\theta = 0.062$ rad, frequenza 15 GHz (quindi con uno spot di $\Delta\rho = 12$ cm), troncato da una apertura circolare finita di raggio $R = 61$ cm.

La nostra proposta è di modellare tale array di aperture anulari (più l'apertura centrale), e l'eccitazione di ciascuna di esse, tenendo presente la forma stessa del fascio di Bessel (troncato) desiderato. *Ossia, collochiamo gli slits tra gli zeri consecutivi della funzione di Bessel in parola, "illuminandoli" con campi uniformi che variano di ampiezza (da uno slit all'altro) d'accordo con l'ampiezza del massimo modulo della funzione di Bessel nei rispettivi intervalli* (ci si riferisce, ripetiamolo, agli intervalli tra gli zeri delle funzioni di Bessel, i quali individuano anche la posizione dei nostri annular slits).

La figura che segue è auto-esplicativa:

Il nostro Prototipo preliminare è essenzialmente quello mostrato in Figura 5. I valori dei parametri sono dati qui di seguito per tre casi:

Prototipo numero 1: $r_1 = \pi(1 + 1/4)/k_\rho = 0.20$ m, $r_2 = \pi(2 + 1/4)/k_\rho = 0.36$ m, $r_3 = \pi(3 + 1/4)/k_\rho = 0.52$ m, $\Delta\rho_0 = 0.23$ m, $\Delta\rho_1 = \Delta\rho_2 = \Delta\rho_3 = \Delta\rho = 0.13$ m, $\delta_{01} = 0.021$ m, $\delta_{12} = \delta_{23} = 0.034$ m. I valori numerici delle ampiezze dei campi uniformi in ciascun slit sono dati dai valori dei picchi della funzione di Bessel. Notare esplicitamente che le ampiezze si alternano, passando da valori positivi a negativi, ad ogni cambiamento di slit: ciò deve essere strettamente rispettato. Valori numerici del campo negli slits:* $\Psi_0 = 1$ a.u., $\Psi_1 = J_0(k_\rho r_1) = -0.4026$ a.u., $\Psi_2 = J_0(k_\rho r_2) = 0.3001$ a.u., $\Psi_3 = J_0(k_\rho r_3) = -0.2497$ a.u.

In Fig.6 mostriamo il campo emanato da una tale struttura (antenna).

Vedendo le Figs.6a e 6b, all'inizio si ha l'impressione che il fascio non assomigli a quello

*Qui Ψ_n indica il valore numerico del campo nell'ennesimo slit, dove $n = 0$ si riferisce all'apertura circolare centrale (che possiamo chiamare slit numero zero). Analogamente, r_n si riferisce al raggio dell'ennesimo slit, mentre il raggio del cerchio centrale è denominato $\Delta\rho_0$. Non si dimentichi che $k_\rho = (\omega/c) \sin(\theta) = 19.46 \text{ m}^{-1}$

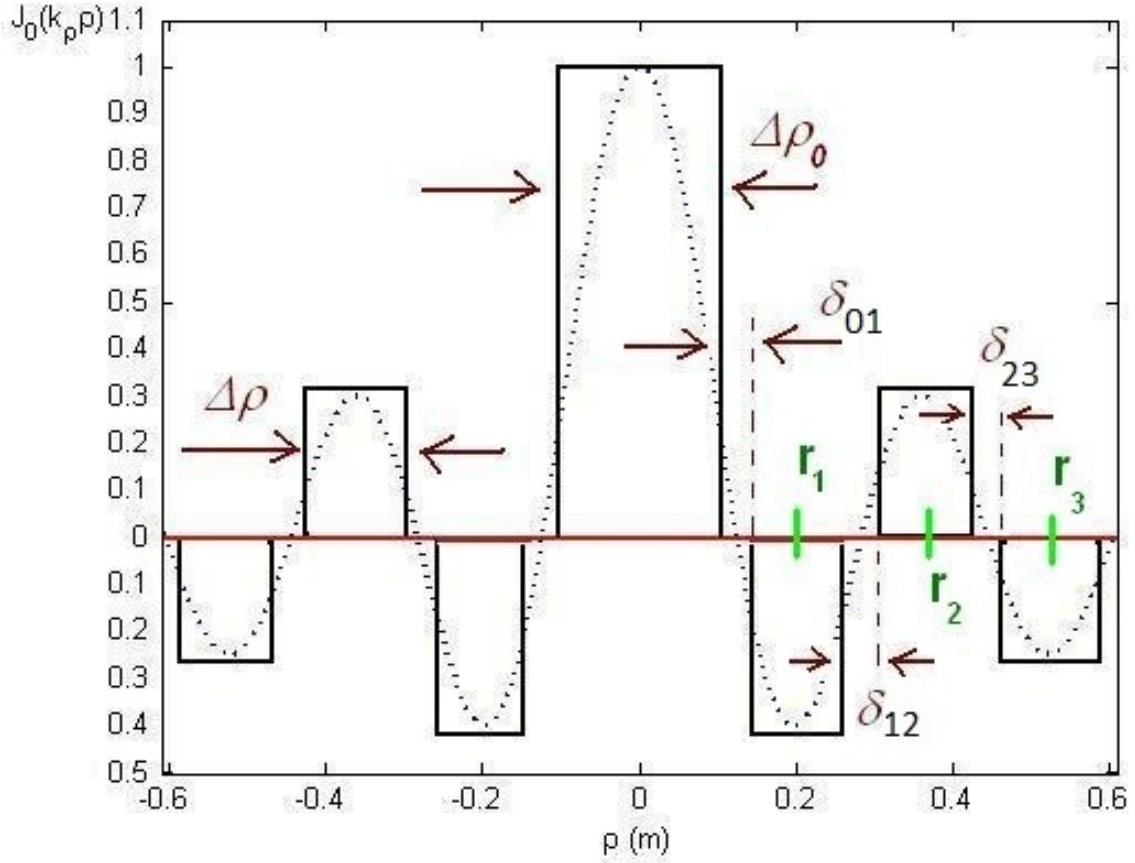


Figure 5: La figura mostra il modellamento spaziale dell'array di slits anulari, e le sue rispettive eccitazioni, a partir dal Bb (troncato) desiderato, in $z = 0$. Le curve punteggiate indicano la funzione di Bessel scelta, e i gradini mostrano posizioni e larghezze degli slits, così come le ampiezze dei campi uniformi da applicare a ciascuno di essi.

di un Bessel troncato, ma questo è dovuto al fatto che in vicinanza dell'apertura (antenna) il campo possiede alcuni picchi isolati di intensità (a causa dei tagli degli slits stessi) e questi picchi hanno l'effetto di rendere il campo successivo visualmente poco nitido in Figura (principalmente nella Fig.6b, nella quale si usano colori per indicare l'intensità). Le Figs.6c e 6d mostrano il campo a partire da $z = 2.5$ m, e in esse si può avvertire la somiglianza con il campo di un Bessel troncato. Nella Fig.6e il colore rosso mostra

il campo all'apertura (antenna), ovvero in $z = 0$, mentre la linea punteggiata mostra la funzione di Bessel che viene "discretizzata" dai campi uniformi negli slits. *Nuovamente, è fondamentale comprendere che questa Figura mostra la parte reale del fascio, coi suoi valori di ampiezza positivi e negativi. Tali valori devono essere esattamente riprodotti nello schema per la generazione del fascio.* La Fig.6f mostra l'andamento dell'intensità trasversale del fascio dopo 10 metri di propagazione, ossia in $z = 10$ m. Si vede che, nonostante la diminuzione di intensità (che cade di $1/3$ rispetto a quella che si ha in corrispondenza dell'antenna), il valore del raggio dello spot muta molto poco.

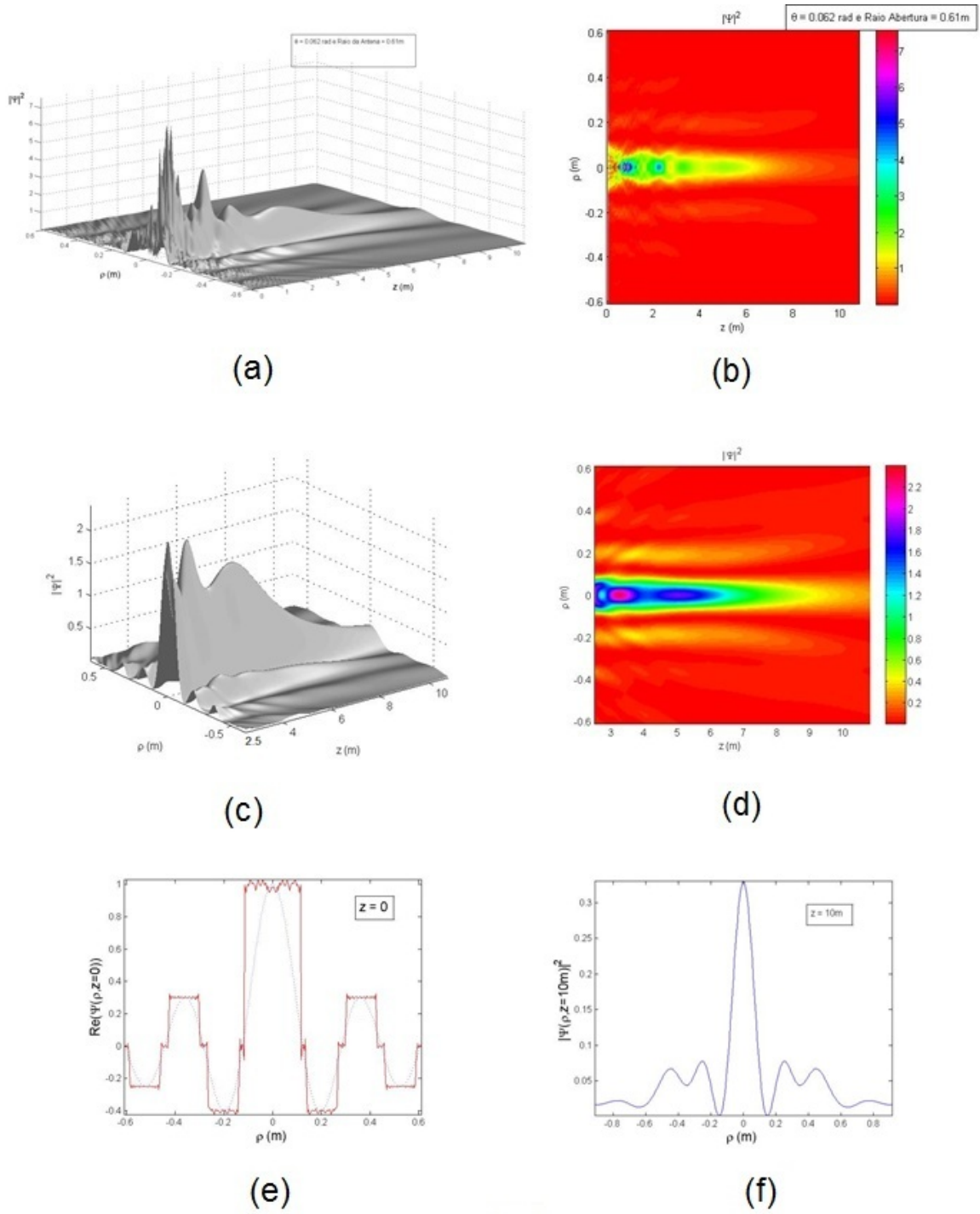


Figure 6: Campo emanato dal Prototipo 1. Spiegazioni nel testo.

Prototipo numero 2: Qui manteniamo inalterata tutta la struttura spaziale dell'antenna, cambiando solo i valori dei campi uniformi che “illuminano” ciascun slit. Questo cambiamento è molto semplice: Non si muta il campo uniforme dell'apertura circolare centrale, mentre negli slits ($n > 1$) si moltiplica il valore di ciascuna Ψ_n per $\sqrt{n+1}$. Ovvero:

$$\Psi_0 = 1, \quad \Psi_1 = \sqrt{2} J_0(k_\rho r_1) = -0.57 \text{ a.u.}, \quad \Psi_2 = \sqrt{3} J_0(k_\rho r_2) = 0.52 \text{ a.u.}, \quad \Psi_3 = \sqrt{4} J_0(k_\rho r_3) = -0.5 \text{ a.u.}.$$

Le Figure 7 mostrano il campo emanato dal Prototipo 2.

Qui l'idea è stata di aumentare l'intensità del campo negli slits (eccetto quello dell'apertura centrale), dato che, così facendo, il raggio dello spot si mantiene invariato, ma la distribuzione di intensità del fascio in $\rho = 0$ (ossia, l'intensità centrale dello spot) diventa più omogenea che non nel caso del Prototipo 1. Inoltre, è facile vedere che migliora sostanzialmente l'intensità dello spot in $z = 10$ m.

Prototipo numero 3: Di nuovo, manteniamo inalterate le dimensioni dell'antenna, e cambiamo solamente il valore dei campi uniformi che “illuminano” ciascuno slit. Appliciamo ora il medesimo modulo di ampiezza (ovvero, la stessa intensità!) a tutti gli slits!, mutando solo il suo segno, che sarà alternativamente positivo o negativo passando da uno slit all'altro. In altre parole, cambiamo solo la fase [di un banale valore π] passando da uno slit al vicino.

$$\text{Numericamente avremo: } \Psi_0 = 1 \text{ a.u.}, \quad \Psi_1 = -1 \text{ a.u.}, \quad \Psi_2 = 1 \text{ a.u.}, \quad \Psi_3 = -1 \text{ a.u.}$$

Le Figure 8 mostrano il campo emanato dal Prototipo 3.

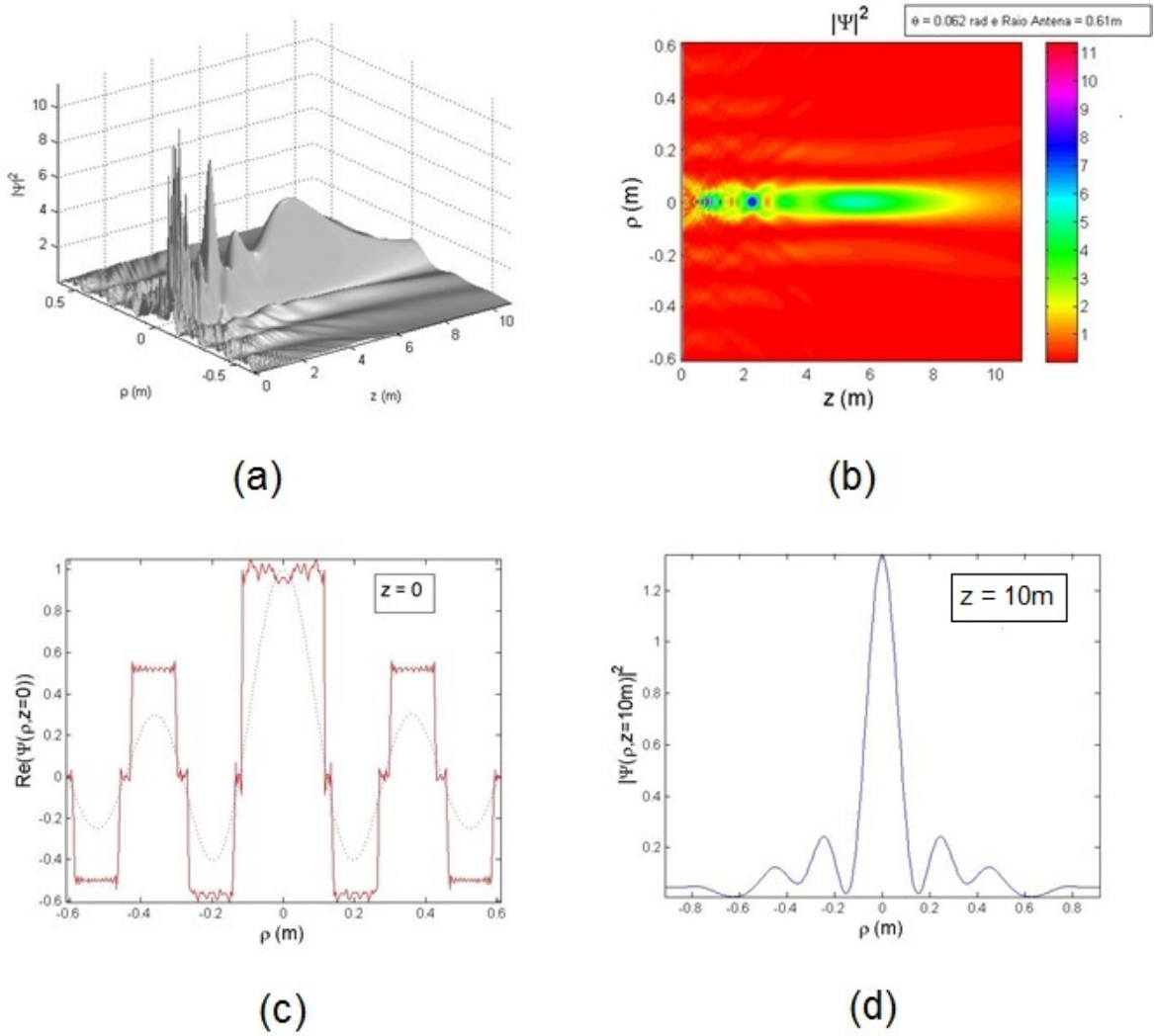


Figure 7: Campo emanato dal Prototipo 2. Spiegazioni nel testo.

Ancora una volta aumentiamo l'intensità del campo negli slits laterali, dato che così si osserva che il raggio dello spot apparentemente non subisce alterazioni, mentre si ha un aumento di omogeneità dell'intensità sull'asse, insieme con un *aumento* dell'intensità dello spot in $z = 10$ m rispetto al Prototipo 1.

E' pure interessante notare che, nonostante la distribuzione omogenea dell'intensità

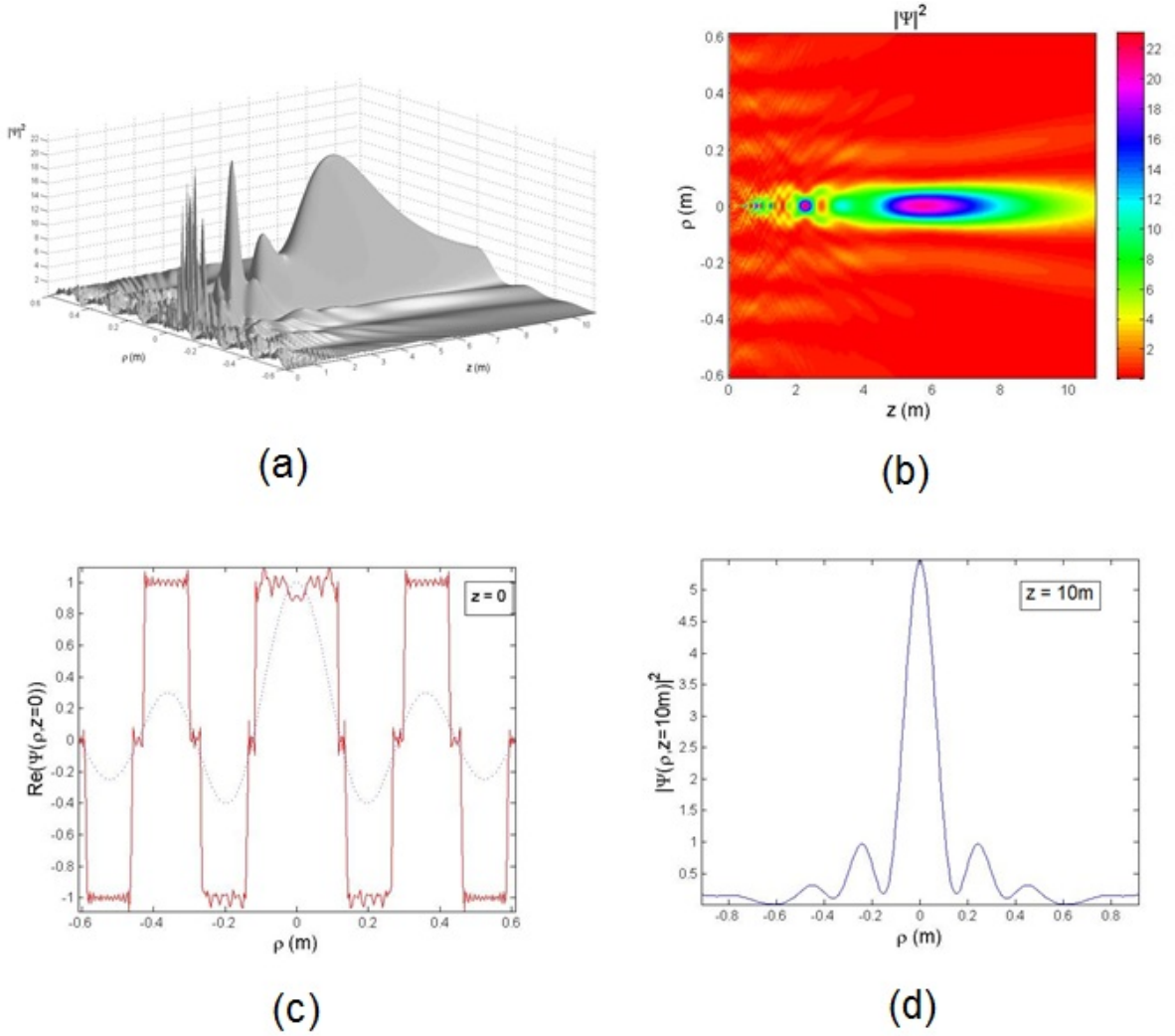


Figure 8: Campo emanato dal prototipo 3. Spiegazioni nel testo.

negli slits, il campo emanato diventa rapidamente un fascio con campo concentrato intorno a $\rho = 0$. Ciò è dovuto al cambiamento alternato di fase (ogni volta della quantità π) passando da uno slit al successivo.

4. – Acknowledgments

The first two authors acknowledge partial support from CATES, FAPESP and INFN. One of them (ER) thanks DMO/FEEC/UNICAMP for kind hospitality.

5. – An essential Bibliography

— H.E.H.Figueroa, M.Z.Rached and E.Recami (editors): *Localized Waves* (J.Wiley; New York, Jan.2008); book of 386 pages.

— E.Recami and M.Z.Rached: “Localized Waves: A not-so-short Review”, *Advances in Imaging & Electron Physics (AIEP)* 156 (2009) 235-355 [121 printed pages], **and references therein.**

— M.Z.Rached, E.Recami and M.Balma: “A simple and efficient analytical approach to the description of optical beams truncated by finite apertures”, to be submitted for pub.